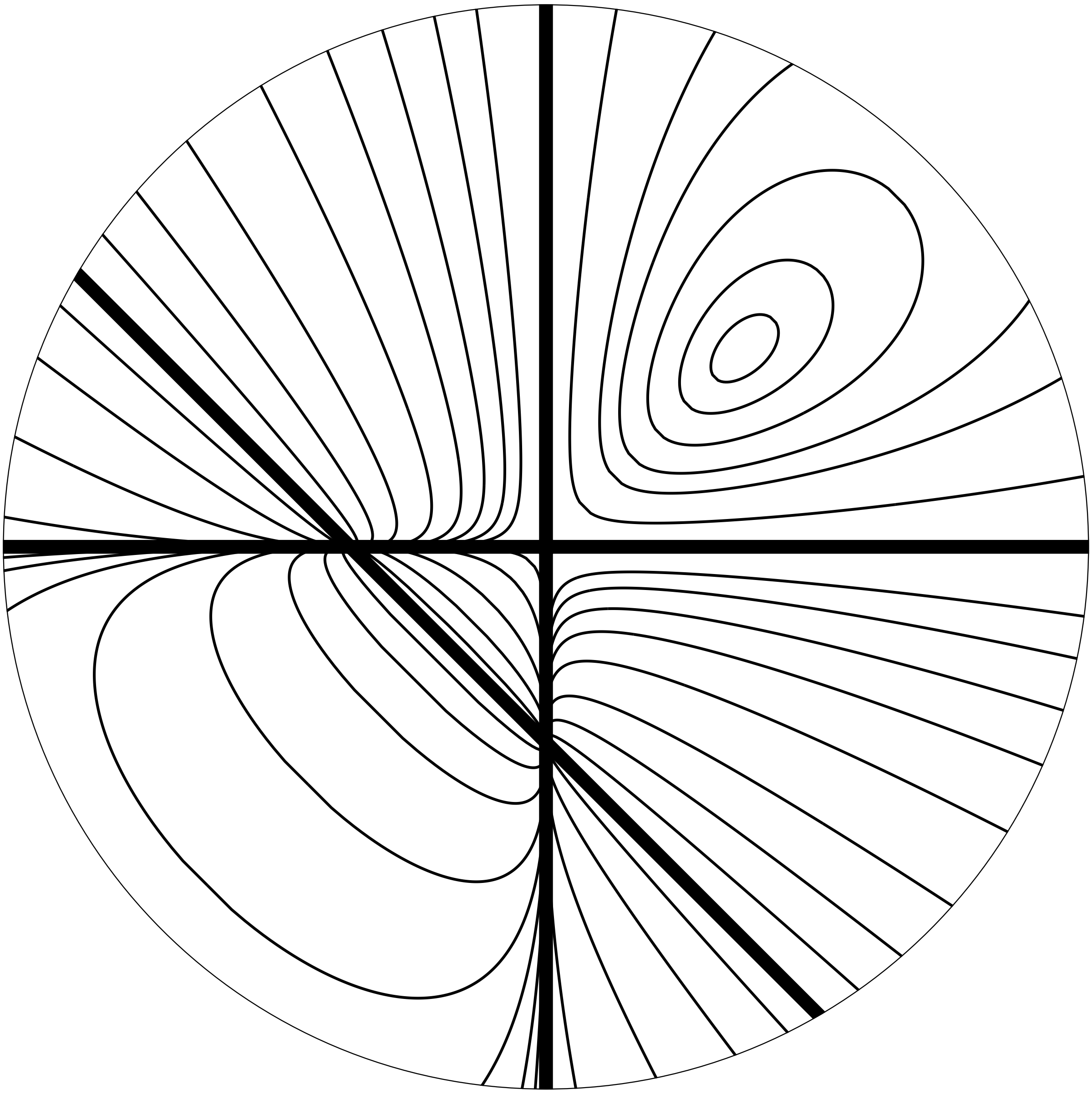
Ottmar Loos

Analysis II



Institut für Mathematik
Universität Innsbruck
1997

Vorwort

Dieses Skriptum entstand während einer im Sommersemester 1997 gehaltenen 4-stündigen Vorlesung Analysis II, des zweiten Teils des viersemestrigen Analysis-Zyklus. Sie baut auf der Vorlesung Analysis I auf. Diese behandelte die Differential- und Integralrechnung von Funktionen einer Variablen und entsprach im Inhalt wie in der Darstellung ziemlich genau dem Buch *Analysis I* von O. Forster. Eine Ausnahme bildete die Integrationstheorie, bei der ich der von J. Kurzweil und E.J. McShane stammenden Idee gefolgt bin, das Lebesgue-Integral mit Hilfe von Riemannschen Summen einzuführen. Auf diese Weise entfällt die sonst übliche Zweiteilung in Riemann- und Lebesgue-Integral, man arbeitet von Anfang an mit der „richtigen“ Definition für das Lebesgue-Integral. Die weiterführende Theorie (Konvergenzsätze, Vollständigkeit der L^p-Räume usw.) folgt natürlich erst in der Analysis III. Aus diesem Grund habe ich den theoretischen Teil der Integrationstheorie einer Variablen, bis zum Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, diesem Skriptum als Anhang beigefügt.

Die Vorlesung enthält eine Einführung in die Differentialrechnung mehrerer Variablen und die Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen. Als Unterschiede zu den Standard-Lehrbüchern (etwa O. Forster, *Analysis II*) möchte ich hervorheben:

Verwendung des (Bourbakischen) Begriffes „strikt differenzierbar“ als der natürlichen Voraussetzung für den Umkehrsatz, Betonung des Differentials statt des Gradienten, frühzeitige Einführung von Differentialformen 1. Stufe als der natürlichen Integranden für Kurvenintegrale, der äusseren Ableitung und vorher natürlich der Differentialformen 2. Stufe. Auch auf die Veranschaulichung von Differentialformen, ähnlich wie im Buch *Differential- und Integralrechnung III* von H. Grauert und I. Lieb, wird eingegangen, ebenso wie auf die physikalische Interpretation. Mit diesen Mitteln lässt sich dann (in §10) der Fundamentalsatz der Algebra ohne grossen Aufwand beweisen.

Bei den Differentialgleichungen habe ich nach einem einführenden Paragraphen, in dem auch, als weitere Anwendungen der Differentialformen, Pfaffsche Gleichungen behandelt werden, die Theorie vom Speziellen zum Allgemeinen hin entwickelt: Erst lineare Gleichungen mit konstanten, dann mit variablen Koeffizienten, und erst danach die allgemeinen Existenz- und Eindeutigkeitssätze. Das hat nicht nur pädagogische Gründe, sondern dient auch dazu, den Satz über die Variationsgleichung und die differenzierbare Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen vorzubereiten. Letzterer ist wesentlich für die Anwendungen in der Differentialgeometrie. Schliesslich werden auch globale Sätze über den Fluss eines Vektorfeldes bewiesen.

Der Inhalt des Skriptums deckt sich weitgehend mit dem der Vorlesung, mit Ausnahme einiger Umstellungen und der Verwendung des Begriffes „kompakt“, der in der Vorlesung sträflich vernachlässigt wurde. Im Skriptum wird er gleich zu Anfang als folgenkompakt eingeführt, was für die Zwecke der Vorlesung vollkommmen ausreicht. Überhaupt wurden die verwendeten topologischen Begriffe auf ein Minimum reduziert.

Abschliessend möchte ich Herrn Dr. R. Munk für eine Reihe von wertvollen Bemerkungen und Verbesserungen, besonders bei der Theorie der Systeme linearer Differentialgleichungen, herzlich danken.

Die 2. Auflage unterscheidet sich von der ersten nur durch die Korrektur einiger Druckfehler.

Innsbruck, im Oktober 1997 O. Loos

Inhaltsverzeichnis