Propuestas de trabajos fin de Master.
Complementos de cálculo simbólico y numérico.

Propuesta primera. Métodos directos e iterativos de resolución de sistemas lineales.

Objetivo. Conocer los aspectos teóricos y programar los algoritmos correspondientes a los principales métodos numéricos de resolución de sistemas lineales de ecuaciones.

Metodología. En una primera etapa el alumno debe ponerse al día en los conocimientos relativos a la resolución de sistemas lineales tanto por métodos directos como iterativos. Conocer los principales resultados de convergencia para los métodos iterativos, así como los resultados de estabilidad y condicionamiento para los métodos directos. Después debe explorar todas las órdenes directas y paquetes de *Mathematica* relativos a la resolución de sistemas lineales. Finalmente debe programar los diferentes métodos. Por ejemplo, el método de Gauss debe programarlo con pivotación parcial y escalado (para garantizar estabilidad), etc.

Referencias básicas. Cualquier libro de Análisis Numérico que incluya la resolución de sistemas lineales (como el Atkinson, el Burden, Gasca, etc.) puede serle suficiente para conocer la descripción y propiedades de los diferentes métodos. El libro de Calculo Numérico con *Mathematica*, editado por Ariel (autores V Ramírez, M. Pasadas, D. Barrera y P. Rodelas) contiene todos los temas y bastante programación con *Mathematica*.

Requisitos matemáticos previos. Haber cursado, como mínimo un Cálculo Numérico o un Análisis Numérico.

Temporización. En torno a ocho meses

Propuesta segunda. Interpolación, aproximación y diseño con ordenador.

Objetivo. Conocer los aspectos teóricos relativos a la programación polinomial, el uso de de las funciones splines tanto en interpolación como en aproximación, aproximación uniforme con polinomios Bernstein y la construcción y propiedades de las curvas Bèzier. Programar la interpolación, la aproximación, usar las curvas Bèzier para determinar diferentes diseos.

Metodología. Ponerse al día sobre problemas unisolventes de interpolación polinomial y técnicas de obtención de la solución en diferentes espacios (incluyendo los elaborados con funciones splines). Puesta al día de la aproximación por mínimos cuadrados y la uniforme de tipo polinomial, relacionando ésta con las curvas Bèzier. Explorar las órdenes directas y los packages para la programación de los correspondientes algoritmos. Programarlo todo con *Mathematica*.

Referencias básicas. Cualquier libro de Análisis Numérico que incluya la interpolación y la aproximación permite conocer la mayor parte de los contenidos necesarios para desarrollar este tema (como el Atkinson, el Burden, Gasca, etc.). Los referentes a curvas Bèzier no suelen aparecer en los libros estándar de Numérico, pero puede encontrarlo en el libro de Calculo Numérico con *Mathematica*, editado por Ariel (autores V Ramírez, M. Pasadas, D. Barrera y P. Rodelas) contiene todos los temas y bastante programación con *Mathematica*.

Requisitos matemáticos previos. Tener cursado una asignatura de Cálculo Numérico o de Análisis Numérico

Temporización. En torno a ocho meses

Propuesta tercera. *Grupos de Weyl de grupos de Lie excepcionales*

Objetivo. En una primera etapa se trataría de implementar con el software *Mathematica* los grupos de Weyl de los cinco grupos algebraicos excepcionales: G_2, F_4, E_6, E_7 y E_8. El programa debería ser capaz de determinar clases de conjugación, ordenes de los elementos, así como de explicitar la acción del grupo sobre el toro maximal en cada grupo. En una segunda etapa (que sería la parte de mayor interés) ver cada grupo de Weyl como un cociente del normalizador de un toro maximal por el propio toro lo que implicaría determinar representantes de las clases de equivalencia de los elementos del grupo vistos como elementos del normalizador. Las aplicaciones a la determinación de graduaciones sobre las álgebras de Lie excepcionales sería inmediata aunque la dificultad del trabajo no parece dedeñable.

Metodología. Uso de packages a medida del usuario y utilización de ficheros secuenciales externos. Los grupos podrían generarse a partir de las simetrías asociadas a las raíces simples utilizando rutinas estandar para generar grupos finitos.

Referencia básica. James E. Humphreys, *Introduction to Lie algebras and Representation Theory.*

Requisitos Matemáticos previos. Conocimiento de la teoría de álgebras de Lie o de grupos de Lie hasta el nivel de la clasificación de sus sistemas de raíces.

Temporización. En torno a un año.

Propuesta cuarta. *Álgebras de composición simétricas.*

Objetivo. En este trabajo se trataría de implementar las álgebras de composición simétricas (sobre cuerpos) y de poder comprobar si cumplen una determinada identidad suministrada al ordenador. Como las álgebras en cuestión son de dimensión finita, podemos utilizar toda la parafernalia de álgebra lineal disponible bajo *Mathematica*. Por ejemplo se empezaría por el álgebra de paraoctoniones (ocho-dimensional) cuya implementación sobre un cuerpo (incluso sin restricción sobre su característoca) es bastante asequible.

Metodología. Uso de packages a medida del usuario. Se crearían packages que quedarían a la disposición de cualquier usuario.

Referencia básica. Max-Albert Knus, Alexander Merkurjev, Markus Rost, Jean-Pierre Tignol, *The Book of Involutions.*

Requisitos Matemáticos previos. Conocimiento de la teoría de álgebras de composición con unidad.

Temporización. En torno a ocho meses.

Propuesta quinta. *Álgebras absolutamente valuadas de dimensión cuatro.*

Objetivo. Intentaríamos estudiar las álgebras absolutamente valuadas de dimensión cuatro desde el punto de vista de sus grupos de automorfismos y de la acción de estos sobre el conjunto de idempotentes del álgebra.

Metodología. Aparte de la utilización de packages específicos se necesitaría software para el cálculo de bases de Groëbner (quizás el propio *Mathematica* o *Cocoa*).

Referencia básica.

A. A. Albert, *Absolute valued real algebras.* Ann. of Math. (2) 48 (1947), 495-501.

A. Rodríguez-Palacios, *On absolute valued algebras with involution.* Linear Algebra Appl. 414 (2006), 295-303.

S. Okubo Pseudo-quaternion and pseudo-octonion algebras. Hadronic Journal 1, (1978), 1250-1278.

Requisitos Matemáticos previos. Conocimiento de la teoría de álgebras de composición con unidad. Álgebra conmutativa al nivel de la licenciatura. Manejo rudimentario de *Cocoa.* Grupos de Lie.

Temporización. En torno a un año.